Solution des exercices du mercredi 11/3

14. 4) <u>Graphique de f</u> :

1°) Points d'intersection de G_f avec ox :

$$x^3 - 3x + 2 = 0$$

Or $f(1) = 1^3 - 3.1 + 2 = 0$ donc $f(x)$ divisible par $(x-1)$

Pour trouver le quotient de la division on effectue la grille de Hörner

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & 0 & -3 & 2 \\ 1 & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

Donc $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2+x-2) = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x^2 + x - 2 = 0$

$\Delta = 1 + 8 = 9$

$x_1, x_2 = \dfrac{-1 \pm 3}{2} = -2$; 1

Donc $G_f \cap ox = \{(1,0) ; (-2,0)\}$

2°) Extrema de G_f :

On calcule $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$

Donc $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 1$

x		-1		1	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	Max	$\searrow$	min	$\nearrow$

$f(-1) = -1 + 3 + 2 = 4$

donc Max $(-1 ; 4)$

$f(1) = 0$ donc min $(1,0)$

<u>Graphique de g</u> :

1°) Points d'int. de G_g avec ox : $2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$

donc $G_g \cap ox = \{(0,0) ; (1,0)\}$

2°) Minimum de G_g : $g'(x) = 4x - 2$ et $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

x		$\frac{1}{2}$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$

$g\left(\frac{1}{2}\right) = \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{4}_2} - 2 \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

donc min $\left(\frac{1}{2} ; -\frac{1}{2}\right)$

Bornes d'intégration :

$$x^3-3x+2=2x^2-2x$$

$$\Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2=0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x-2)-1.(x-2)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^2-1)=0$$

$$\Leftrightarrow x_1=2 \quad x_2=-1 \quad x_3=1$$

Aire A_1 de la surface S_1 (C_f est au-dessus de C_g)

$$A_1=\int_{-1}^{1} x^3-3x+2-(2x^2-2x)\,dx$$

$$=\int_{-1}^{1} x^3-2x^2-x+2\,dx$$

$$=\left[\frac{x^4}{4}-2\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-1}^{1}$$

$$=\frac{1}{4}-2\cdot\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2-\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-2\right)$$

$$=\cancel{\frac{1}{4}}-\frac{2}{3}-\cancel{\frac{1}{2}}+2-\cancel{\frac{1}{4}}-\frac{2}{3}+\cancel{\frac{1}{2}}+2 = 4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}\simeq 2{,}67\,u^2$$

Aire A_2 de la surface S_2 (C_g est au-dessus de C_f)

$$A_2=\int_{1}^{2} 2x^2-2x-(x^3-3x+2)\,dx$$

$$=\int_{1}^{2} -x^3+2x^2+x-2\,dx$$

$$=\left[-\frac{x^4}{4}+2\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right]_{1}^{2}$$

$$=-4+2\cdot\frac{8}{3}+\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{2}}-4-\left(-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-2\right)$$

$$=-4+\frac{16}{3}+\cancel{2}-\cancel{4}+\frac{1}{4}-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+\cancel{2}$$

$$=\frac{14}{3}-\frac{1}{4}-4=\frac{5}{12}\simeq 0{,}42\,u^2$$

Aire A totale

$$A=A_1+A_2=\frac{8}{3}+\frac{5}{12}=\underbrace{\frac{37}{12}\,u^2}_{\text{valeur exacte}}\simeq\underbrace{3{,}08\,u^2}_{\text{valeur approchée au centième}}.$$

15. 3 Il faut déterminer l'équation de la droite d

d passe par $(0,0)$ donc $d \equiv y = mx$ et comme elle passe par le point $(-2;3)$ on a : $3 = m.(-2) \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$

donc $d \equiv y = -\frac{3}{2}x$.

Dans $[-2;0]$, la droite est <u>au-dessus</u> de la courbe d'équation $y = \frac{1}{2}x^3 - 1$.

Donc $A = \int_{-2}^{0} -\frac{3}{2}x - \left(\frac{1}{2}x^3 - 1\right) dx$

$$= \int_{-2}^{0} \left(-\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x^3 + 1\right) dx$$

$$= \left[-\frac{3}{\cancel{2}}\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\frac{x^4}{4} + x \right]_{-2}^{0}$$

$$= 0 - \left(-\frac{3}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{16}{4} - 2\right)$$

$$= 3 + \cancel{2} - \cancel{2} = 3\,u^2$$